

CÚPULA DE IGREJA INSPIRADA PELA BIOMIMÉTICA

Kamila Kwitschal, Laura Tatiane Formigari, Thais Hippler

Ana Paula Bertoldi Oberziner, Mirian Bernadete Bertoldi Oberziner¹

Centro Universitário Católica de Santa Catarina

97

O respectivo artigo concilia os múltiplos fundamentos aprendidos, e agora, empregados no mesmo, nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral II e Álgebra Linear e Geometria Analítica II, estas que são disponibilizadas na matriz curricular dos cursos de Engenharia. Foi proposta a seleção de um sólido de revolução, no qual atendesse aos critérios propostos à turma, que neste caso, era “Biomimética e Engenharia Civil”. A análise do mesmo efetua-se ao consolidarem-se as equações, áreas, volumes e gráficos gerados a partir de suas fórmulas.

Palavras-chaves: Integral. Área. Volume. Arquitetura.

DOME CHURCH INSPIRED BY BIOMIMETICS

The respective article combines the multiple fundamentals learned, and now applied in it, in the courses of Differential and Integral Calculus II, Linear Algebra, and Analytic Geometry II which are available in the curriculum of the courses of Engineering. It was proposed to the group to select a solid of revolution that met the criteria imposed on the group, which in this case was “Biomimicry and Civil Engineering”. Its analysis is effected by consolidating the equations, areas, volumes and graphics generated from its formulas.

Keywords: Integral. Area. Volume. Architecture.

1 INTRODUÇÃO

“Para resolver um problema ou alcançar um objetivo, você não precisa saber todas as respostas com antecedência, mas deve ter uma ideia clara do problema ou do objetivo que quer alcançar” (STONE, 2014, p.16).

Notou-se a necessidade de um projeto que aliasse o estudo teórico à parte prática e consistente, de um assunto um tanto abstrato para as pessoas. Foi, nessa situação, constatado a similaridade entre o estudo de cônicas – pertencente à disciplina de Álgebra Linear e Geometria Analítica II – e a determinação da área e volume por meio de derivadas e integrais com substituição trigonométrica – presentes na ementa de Cálculo Diferencial e Integral II. À vista disso, elaborou-se o projeto interdisciplinar.

¹ E-mail: mirianbo@catolicasc.org.br

Foi proposto aos acadêmicos dos cursos de Engenharia do Centro Universitário Católica de Santa Catarina em Jaraguá do Sul, que frequentam a 2ª fase, que fosse escolhido um sólido, de acordo com o tema de cada curso, que pudesse ser remodelado e aperfeiçoado de acordo com exigências descritas para tal composição matemática.

O objeto foi tomado como de revolução, pois a rotação de um sólido em torno de um dos eixos no plano cartesiano provoca a formação de um sólido de revolução.

A coleta das devidas equações, cálculo da área e volume do objeto foram eminentes, e foi primordial o uso de retas e quatro cônicas: circunferência, parábola, elipse e hipérbole.

Sendo assim, ao longo do artigo será disposta, além da instrução relacionada ao período artístico Renascentista, a engenharia por trás da Cúpula usada como base e comparação, e breve divulgação sobre a origem da planta, as soluções, por assim se dizer, de todos os procedimentos matemáticos consequentes de um objeto proporcional às medidas reais.

2 INSPIRAÇÃO PELA BIOMIMÉTICA

O tema para o curso frequentado possibilitou o desempenho da criatividade e, além disso, exercitou um dos pontos mais abordados na atual modernidade, que são as construções ecológicas, sustentáveis, e cada vez mais similares à natureza.

A cúpula pertencente à torre de uma igreja, objeto de estudo neste artigo, pode ser facilmente inspirado pela Biomimética, e teve como influência as formas presentes em uma flor denominada “*sininho*”, conforme a Figura 1, conhecida também, ironicamente, por “Chapéu-de-Cardal”.

Figura 1- Flor usada como modelo no projeto.



Fonte: PANGLOBALPLANTS (2014).

A palavra biomimética tem origem do grego, através da combinação das palavras: *bios*, que significa vida, e *mimesis*, que significa imitação. Portanto, biomimética sugere a imitação da vida (BENYUS, 1997).

A biomimética consiste em desenvolver estratégias e soluções através da observação e estudo da natureza.

2.1 Renascimento e Engenharia da época

O Renascimento foi um importante movimento de ordem artística, cultural e científica que se deflagrou na passagem da Idade Média para a Moderna.

A ideia da Renascença como a redescoberta ou o renascimento das aspirações e valores eruditos, literários e artísticos da Antiguidade Clássica (Grécia e Roma) é uma imagem romântica que encobre algumas realidades mais simples (ADDIS, 2009).

Os muitos avanços tecnológicos que ocorreram durante essa época não foram alcançados sem investimentos substanciais de dinheiro, e a primazia da Itália pode ser atribuída em parte a infraestrutura financeira que se desenvolveu no país.

Durante os séculos XV e XVI, Veneza, Milão, Bolonha, Gênova, Florença e muitas cidades pequenas competiam umas com as outras, usando projetos de construção como um meio de exibir os frutos de suas habilidades comerciais e industriais e de demonstrar o seu orgulho cívico.

De modo que, Tietz (p.42, 2000) afirma:

Florença foi a grande precursora no desenvolvimento do renascimento. Esta república florescesse, ambiciosa e crítica tinha, pelo seu empenhamento no domínio do comércio e das atividades financeiras, assim como nas artes e ofícios, alcançando o primeiro lugar na Europa. [...] O desejo expresso pelo renascimento de uma vida moderna, reatando com o legado rico e culto da Antiguidade Clássica, conduziu a uma renovação abrangente das artes.

Sob este conjunto de circunstâncias favoráveis, surgiu em Florença com a construção da cúpula da catedral de Florença, em 1420, por Filippo Brunelleschi, se bem que, em rigor se tratasse da conclusão genial de uma obra gótica (TIETZ, 2000).

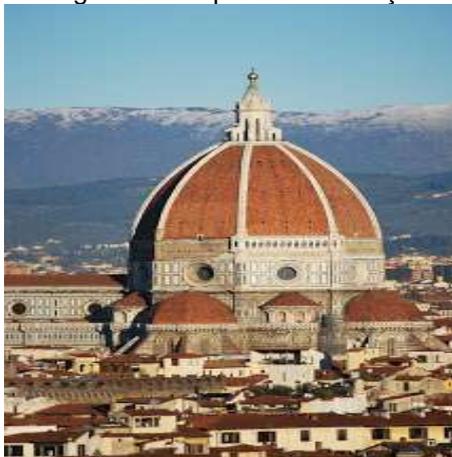
2.1.1 A cúpula de Santa Maria Del Fiore

A catedral de Florença, conforme a Figura 2, foi concebida com a glória máxima de Florença, uma das cidades mais prósperas da Europa.

Havia sido adotado um projeto que faria a catedral de Florença ser uma das maiores do mundo. As paredes foram erguidas a sua altura máxima e as abóbadas foram construídas sobre a nave central e as naves laterais, deixando um espaço octogonal a ser coberto por uma cúpula que

teria que cobrir um vão maior do que qualquer outro construído desde o Panteon, ou seja, uma distância de aproximadamente 42 metros entre os lados paralelos.

Figura 2 – Cúpula de Florença



Fonte: DUCKMARX (2012).

Não se sabe como os arquitetos que trabalharam no projeto após 1367 esperavam que a cúpula fosse construída, pois eles nem ao menos estavam cientes de que tal obra não tinha precedentes. (ADDIS, 2009).

Segundo Tietz (p. 43, 2000),

[...] O alargamento do altar-mor deste edifício erigido no “trecento”, realizado por Arnolfo di Cambio, só foi concluído com a construção da cúpula de Filippo Brunelleschi. O tambor octogonal foi abobadado com um casco duplo: o casco interior, mais forte, suporta o exterior, mais leve. Ambos são constituídos por fiadas completas de tijolos colocados como escamas de peixe e nervuras longitudinais, sem a tradicional armação de madeira. A novidade deve-se ao fato de ter sido criada uma construção autoportante sem ter sido necessário erigir andaimes no solo para apoiar a cúpula durante a construção.

2.1.2. Felippo Brunelleschi

Felippo nasceu e cresceu na cidade de Florença, praticamente a sombra da imensa catedral que ainda estava em construção no local. Ele se dedicou ao aprendizado de engenharia, e iniciou como aprendiz aos 15 anos, permanecendo neste trabalho por mais sete anos. Trabalhou como engenheiro em diversos projetos civis e militares. Fez grandes obras, e ficou consagrado pela cúpula da catedral, na qual iniciou quando estava já com 40 anos. (ADDIS, 2009).

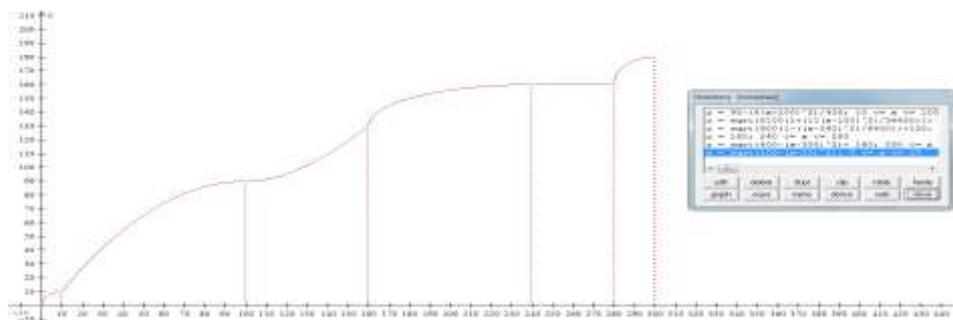
Segundo Addis (p. 119, 2009):

Do ponto de vista da engenharia, a cúpula da catedral de Santa Maria del Fiore (A catedral de Florença), projetada por Brunelleschi é construída sob sua liderança, é a realização arquitetônica da Renascença italiana que se eleva, literalmente, acima de todas as outras. Tal estrutura é ainda mais notável por ter sido realizada nos primórdios da Renascença, e é um atributo ao progresso na construção de edificações que ocorreu na era anterior.

3 METODOLOGIA

Posterior à decisão de qual sólido seria implementado, o mesmo foi representado graficamente de forma manual em papel milimetrado em aula, analisando cada cônica e reta, os seus intervalos, conforme a Figura 3.

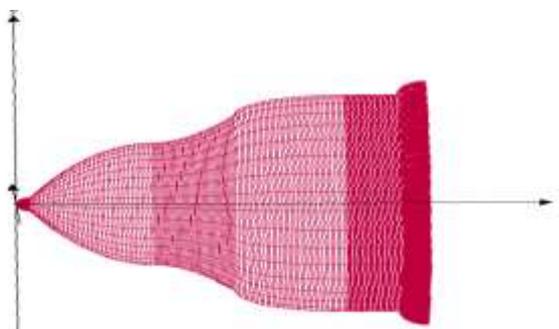
Figura 3 – Representação do objeto com corte transversal



Fonte: Autores (2014).

Determinou-se que o sólido seria formado por 6 seções, de acordo com a Figura 4, onde haveria, respectivamente: uma circunferência, parábola, hipérbole, elipse, reta e novamente uma circunferência.

Figura 4 – Representação em 3D da Cúpula



Fonte: Autores (2014).

As Figuras 3 e 4 foram reproduzidas através do software Winplot, ferramenta que possibilita a demonstração gráfica de muitas funções, muito relevante no quesito de praticidade. Com base no gráfico feito, foram coletadas as informações relevantes para o prosseguimento das equações, como pontos, coordenadas centrais, vértices, raios, limitantes e outros, conforme Tabela 1.

Tabela 1 – Seções e funções.

SEÇÃO	FUNÇÃO
<u>1º Circunferência</u>	$y = \sqrt{100 - (x - 10)^2}$
<u>2º Parábola</u>	$y = 90 - \frac{4(x - 100)^2}{405}$
<u>3º Hipérbole</u>	$y = \sqrt{8100 \left(1 + \frac{11(x - 100)^2}{36450} \right)}$
<u>4º Elipse</u>	$y = \sqrt{900 \left(1 - \frac{(x - 240)^2}{6400} \right)} + 130$
<u>5º Reta</u>	$y = 160$
<u>6º Circunferência</u>	$y = \sqrt{400 - (x - 300)^2} + 160$

Fonte: Autores (2014).

Os dados foram adequadamente postos nas equações relativas à determinada seção, as mesmas que foram aprendidas e exercitadas na disciplina de Álgebra II, e com seu desenvolvimento, resultaram em equações algébricas, que retrata a cônica ou reta indicada.

Posterior à definição das equações, foi calculada a área do corte transversal e longitudinal, e volume do sólido de revolução de cada seção, utilizando o cálculo de Integral, que preliminarmente resulta a área sob uma curva. Utilizou-se o método, quando possível, de substituição trigonométrica, essa técnica possibilita a substituição de uma função algébrica por uma função trigonométrica, que teoricamente é mais fácil de ser resolvida.

Assim como mostrado no memorial de cálculo, alguns conceitos importantes de derivadas e outros assuntos estudados, também foram utilizados para determinação da área e do volume.

4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Com a conclusão de todos os cálculos, os resultados foram defrontados com os do website Wolfram Alpha, ferramenta que possibilita a visualização tanto da parte gráfica, quanto da análise dos resultados de área e volume, conforme mostra a Tabela 2.

Tabela 2 – Seções, função e resultados da área e volume

SEÇÕES	FUNÇÃO	ÁREA (cm ²)	VOLUME (cm ³)
<u>1º Circunferência</u>	$y = \sqrt{100 - (x - 10)^2}$	157,0796	4188,79
<u>2º Parábola</u>	$y = 90 - \frac{4(x - 100)^2}{405}$	11400	2589928,984
<u>3º Hipérbole</u>	$y = \sqrt{8100 \left(1 + \frac{11(x - 100)^2}{36450} \right)}$	12519,58	4159468,674
<u>4º Elipse</u>	$y = \sqrt{900 \left(1 - \frac{(x - 240)^2}{6400} \right)} + 130$	24569,91	11875775,99
<u>5º Reta</u>	$y = 160$	12800	6433981,754
<u>6º Circunferência</u>	$y = \sqrt{400 - (x - 300)^2} + 160$	7028,3184	3882155,86
Total		68474,888	28945500,06

Fonte: Autores (2014).

Vale a pena lembrar, que todos os resultados de áreas e volumes encontrados foram duplicados, assim como transcrito na Tabela 2, pois, o cálculo foi feito somente da parte superior ao eixo x.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

“Os estudos de matemática tendem a começar com frustração. Dizem que com ela pesamos as estrelas e contamos bilhões de moléculas numa gota D’água. Ainda assim, como o fantasma do pai de Hamlet, essa grande ciência nos escapa, apesar de todo o aparato mental que aplicamos para compreendê-la”. (WHITEHEAD, p15, 2014).

Portanto, com o desenvolvimento do projeto, excederam-se as expectativas, pois, além dos obstáculos pessoais, a harmonia do trabalho em equipe proporcionou o crescimento do convívio interpessoal.

O projeto interdisciplinar trouxe a ligação da construção com a biomimética, uma realidade bem vista por arquitetos e engenheiros.

A Cúpula descrita no artigo não possui ligação direta que possa ser entendida como uma fonte de inspiração, porém, quando a ideia do grupo foi colocada e debatida, houve unanimidade em ser feita a comparação com a planta “sininho”, pois tem uma grande relação, como o formato.

A atuação das professoras foi necessária e importante para o processo de ensino-aprendizagem, pois, os conhecimentos ministrados em sala de aula serviram para o desenvolvimento dos cálculos do projeto, e as dúvidas que surgiram em meio a elaboração foram supridas pelos mesmos.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADDIS, William. Edificação: **3000 anos de projeto, engenharia e construção**. Porto Alegre: Bookman, 2009.

ANTON, Howard; RORRES, Chris. **Álgebra linear com aplicações**. 8. ed. Porto Alegre: Bookman, 2002-2008.

BENYUS, Janine M. **Biomimética: Inovação Inspirada pela Natureza**. São Paulo: Pensamento-cultrix, 1997.

DUCKMARX. Fillipo Brunelleschi: **The doors of San Giovanni and II Duomo**. 2012. Disponível em: <<http://duckmarx.blogspot.com.br/2012/10/fillipo-brunelleschi-doors-of-san.html>>. Acesso em 31 out. 2014.

FLEMMING, Diva Marília; GONÇALVES, Mirian Buss. **Cálculo A: funções, limite, derivação e integração**. 6. ed., rev. e ampl. São Paulo: Makron Books, 2010.

PANGLOBALPLANTS. **Abutilon ‘Orange Hot Lava’**. Disponível em: <<http://www.panglobalplants.com/plants-for-sale/abutilon-orange-hot-lava/shrubs/2878/>>. Acesso em: 30 out. 2014.

STONE, William Clement. **CÁLCULO: matemática para todos**. v.4, n.45, out. 2014. São Paulo: Segmento.

STONE, William Clement. **CÁLCULO: matemática para todos**.v.4, n.41, jun. 2014. São Paulo: Segmento.

TIETZ, Jürgen. **História da arquitetura do século XX**. 17. ed. Colonia: Könemann, 2000.

Sobre os autores:

Ana Paula Bertoldi Oberziner e Mirian Bernadete Bertoldi Oberziner são professoras de Cálculo, Geometria Analítica e Álgebra Linear dos cursos de Engenharia do Centro Universitário Católica de Santa Catarina em Jaraguá do Sul.

Kamila Kwitschal, Laira Tatiane Formigari e Thais Hippler são acadêmicas do Curso de Engenharia Civil do Centro Universitário Católica de Santa Catarina em Jaraguá do Sul