

UM ESTUDO DAS CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DE UMA JOIA

Kleber Romanowski, Michel Kugelmeier, Ana Paula Bertoldi Oberziner, Mirian Bernadete Bertoldi Oberziner¹

Este artigo relata o desenvolvimento de um projeto interdisciplinar envolvendo as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral II e Álgebra Linear e Geometria Analítica II, do segundo semestre do curso de Engenharia de Produção do Centro Universitário Católica de Santa Catarina em Jaraguá do Sul. Baseado no tema “joias”, foi proposto o estudo de um sólido de revolução onde, em seu corte transversal longitudinal pudesse ser identificadas todas as cônicas. Identificando suas equações, calculou-se a área do corte transversal longitudinal e o volume do sólido de revolução. Estas informações foram organizadas num artigo, um memorial de cálculo e um banner.

Palavras-chave: Geometria. Área. Volume. Joias. Projeto interdisciplinar.

STUDY OF GEOMETRIC CHARACTERISTICS OF A JEWEL

This article reports the development of an interdisciplinary project involving the disciplines of Differential and Integral Calculus II and Linear Algebra and Analytic Geometry II, the second half of Production Engineering course of the Catholic University Center of Santa Catarina in Jaraguá do Sul. Based on the theme "jewels", proposed the study of a solid of revolution which, in its longitudinal cross-section could be identified all conical. Identifying their equations calculated the area of the longitudinal cross-section and the solid volume of revolution. This information was organized in an article, a calculation memorial and a banner.

Keywords: Geometry. Area. Volume. Jewelry. Interdisciplinary project.

1 INTRODUÇÃO

Os primeiros semestres do curso de Engenharia objetivam desenvolver no acadêmico as bases necessárias para que este possa ter um raciocínio apurado no que tange à resolução de situações provenientes do cotidiano de um engenheiro no desempenho de sua função. Em um sentido geral, engenheiro “é uma pessoa que aplica conhecimentos de ciência, matemática e economia para atender às necessidades da humanidade.” (HOLTZAPPLE 2011, p. 02)

Baseando-se nesses conceitos, percebe-se a necessidade de levar o acadêmico ao entendimento e à utilização, em uma situação real, de todos os conteúdos que vem sendo abordados em sala de aula.

¹ E-mail: mirianboj@catolicasc.org.br

Em meio a esse contexto, foi proposta a realização do projeto interdisciplinar nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral II e Álgebra Linear e Geometria Analítica II, no segundo semestre do curso de Engenharia de Produção. Tal projeto objetiva, por meio da definição de um problema, instigar as capacidades e habilidades do acadêmico de engenharia, podendo assim habituá-lo a levar seus conhecimentos teóricos desenvolvidos até o momento para uma situação real. Baseado no tema “joia”, o projeto interdisciplinar foi constituído por um artigo, um memorial de cálculo, onde estão todos os cálculos de área e volume desenvolvidos no projeto e um banner.

Para atender aos conteúdos das disciplinas de Cálculo II e Álgebra II, foram estipulados alguns requisitos fundamentais para o desenvolvimento do projeto, sendo obrigatório: a) escolher um sólido de revolução baseado no tema “joia”; b) o corte transversal longitudinal desse sólido de revolução deve conter as quatro cônicas (circunferência, elipse, hipérbole e parábola) estudadas na disciplina de Álgebra Linear e Geometria Analítica II; c) utilizar integração por substituição trigonométrica para o cálculo da área do corte transversal longitudinal e do volume, sempre que for o caso. Com a definição da joia e os gráficos executados, foram encontradas as cônicas e efetuados todos os cálculos de área do corte transversal longitudinal e de volume do sólido revolucionado. Os principais resultados serão no decorrer deste artigo.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Segundo Petroski (2008, p.4), o que diferencia a engenharia da natureza científica é que ela “faz o projeto e o desenvolvimento de coisas que ainda não existem ou não estão disponíveis de forma adequada”. Holtzaple (2011) afirma ainda que esse seja um dos aspectos mais excitantes da engenharia, porém isso exige do engenheiro uma gama variada de talentos, que vão desde a criatividade de criação de um esboço da obra até os mais complexos cálculos que garantirão o funcionamento da mesma.

Em se tratando de joias, de modo geral há uma visão prévia do que se trata, lembrando de brincos, colares, pulseiras, entre outras. Mas qual o conceito de joia? Aonde surgiu? Teve sempre a mesma funcionalidade desde o início dos tempos? E o que tem a ver com a engenharia e a geração e estudo de um sólido de revolução? Nesse artigo serão explorados de forma breve todos esses questionamentos.

2.1 JOIA

Conceitua-se joia como sendo um objeto de adorno, de matéria preciosa ou imitante, ou mesmo artefato de grande valor artístico. Segundo Motta (2014), “Os primeiros adornos eram feitos com ossos e dentes de animais, conchas, pedras e madeira e simbolizavam o status, o poder ou misticismos.” Sempre presentes na história da humanidade, sendo uma moeda de troca que nunca perde seu valor, joias podem simbolizar poder, misticismo, conhecimento, ou simplesmente riqueza material. Há casos em que elas são o único registro que ainda se tem da cultura de um povo. (GOLA, 2009)

Os egípcios representavam nas joias suas crenças e seus deuses, de forma que elas representavam proteção e força. Os gregos retratavam cenas mitológicas em braceletes, brincos e colares e sua principal característica na fabricação das joias era o formato geométrico. (MOTTA, 2014). Hoje, há ainda certa simbologia ligada às joias, mas, de modo geral, elas são somente artefatos de beleza. Podem representar também uma forma de status perante a sociedade, em função de fatores como marca, valor agregado, etc.

2.2 JOIA E ENGENHARIA

“Praticamente todos os objetos feitos pelo homem que você vê à sua volta resultaram do esforço de engenheiros.” (HOLTZAPPLE, 2006, p.1). O metal utilizado na fabricação de uma joia foi extraído de uma mina projetada por um engenheiro de minas e construída com a ajuda de engenheiros civis e mecânicos, que também ajudaram a projetar e construir as usinas que lapidaram essa matéria prima. O transporte da matéria prima e do produto final é feito por meios de transporte projetados por engenheiros mecânicos, que utilizam vias projetadas por engenheiros civis. A produção foi provavelmente coordenada e desenvolvida por um engenheiro de produção. E, se feita uma análise detalhada de cada processo, desde a extração da matéria prima até a entrega do produto pronto ao consumidor final, serão citados ainda mais profissionais das mais diversas áreas. Portanto, até mesmo os mais simples objetos criados pela humanidade foram frutos de projetos de engenharia, e a joia é um deles.

3 METODOLOGIA

O objeto do presente estudo foi criado tendo como inspiração o brinco da Figura 1:

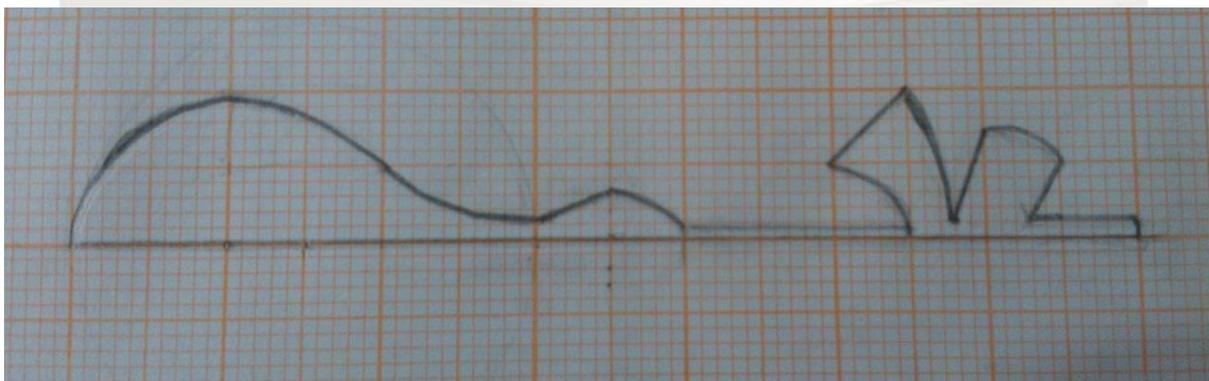
Figura 1: Brinco com laço e pérola



Fonte: Charme e estilo (2012)

Dado o tema joia, o primeiro objetivo foi escolher um exemplar e usá-lo como base para a criação de um desenho, que geraria um gráfico no plano \mathbb{R}^2 , para ser rotacionado em torno do eixo x , gerando um sólido de revolução. Escolhida a joia da Figura 1, foi criado o primeiro desenho em papel milimetrado, conforme Figura 2:

Figura 2: Desenho que gera o sólido:



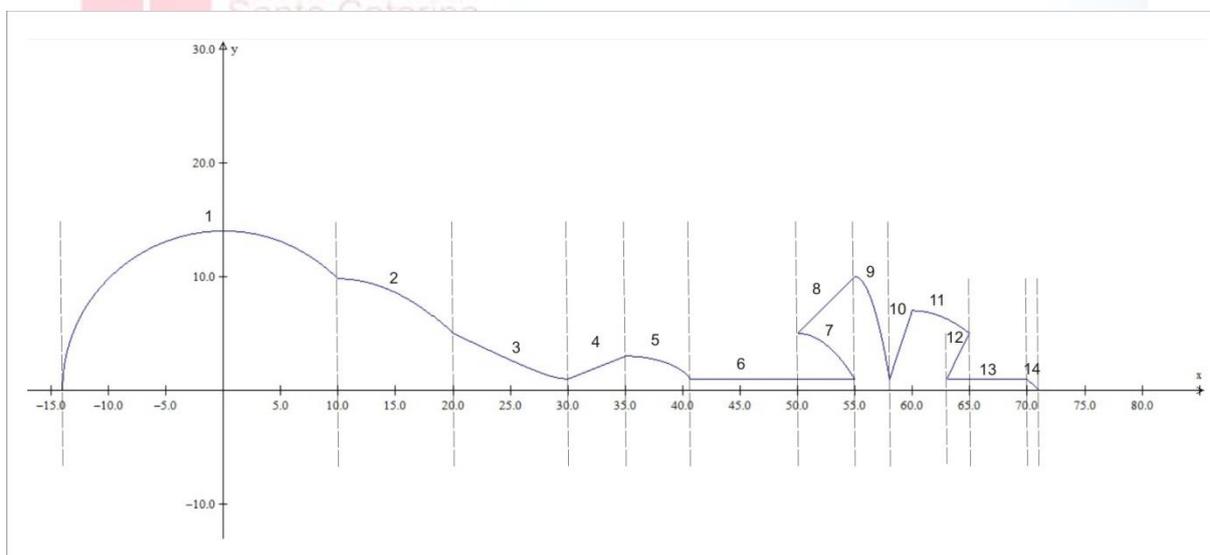
Fonte: Os autores

Fundamentando-se no conteúdo abordado na disciplina de Álgebra Linear e Geometria Analítica II, que contempla todo o conhecimento necessário para identificar cada uma das cônicas e encontrar a equação algébrica e os limitantes que definem o corte transversal

longitudinal, o desenho foi dividido em segmentos devidamente identificados e foram definidas todas as equações que geram tais segmentos.

Utilizando o *software Winplot*, foi gerado o primeiro gráfico no plano \mathbb{R}^2 , porém, o design do sólido gerado pela rotação em torno do eixo x não agradou. Para corrigir esse impasse, foi feita uma alteração no raio da circunferência do primeiro segmento e inserida uma pequena reta logo após o último segmento, no intervalo $70 \leq x \leq 71$. Feitas as alterações nas equações, fazendo o uso do mesmo *software*, foi gerado o gráfico que originou o sólido. Para dividir os segmentos correspondentes a cada equação, utilizou-se o *software Corel Draw*, conforme Figura 3:

Figura 3: Gráfico no \mathbb{R}^2 que gerou o sólido de revolução.



Fonte: Os autores (2014).

Em cada segmento encontrou-se uma equação de uma cônica ou reta. Por exemplo, no primeiro segmento definiu-se uma circunferência, no segundo uma parábola, no terceiro uma hipérbole e assim sucessivamente. A Tabela 1 mostra todos os segmentos definidos. O conteúdo abordado nesta primeira parte do trabalho foi estudado na disciplina de Álgebra Linear e Geometria Analítica II. Para o cálculo da área do corte transversal longitudinal e do volume do sólido de revolução através de integrais definidas, utilizou-se a equação para encontrar a função correspondente a cada segmento, conforme a Tabela 1.

Tabela 1 - Segmentos e equações.

Segmento	Função
1. Circunferência	$y = \sqrt{196 - x^2}$
2. Parábola	$y = \frac{1}{-20,842}(x - 10)^2 + 9,798$
3. Hipérbole	$y = \frac{1}{5}\sqrt{25 + 6(x - 30)^2}$
4. Reta	$y = \frac{2x}{5} - 11$
5. Elipse	$y = \frac{1}{2}\sqrt{36 - (x - 35)^2} + 1$
6. Reta	$y = 1$
7. Parábola	$y = -\frac{4}{25}(x - 50)^2 + 5$
8. Reta	$y = x - 45$
9. Parábola	$y = -(x - 55)^2 + 10$
10. Reta	$y = 3x - 173$
11. Parábola	$y = -\frac{2}{25}(x - 60)^2 + 7$
11. Parábola	$-\frac{2}{25}(x - 60)^2 + 7$
12. Reta	$2x - 125$
13. Reta	$y = 1$
14. Reta	$y = -x + 71$

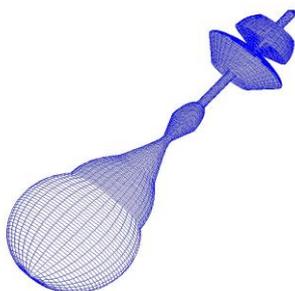
Fonte: Os autores (2014).

3.1 SÓLIDO DE REVOLUÇÃO

A segunda parte do projeto corresponde ao desenvolvimento dos cálculos de área do corte transversal e do volume do sólido de revolução, cujos métodos foram estudados na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral II.

Sólidos de revolução são gerados pela rotação de uma forma plana ao redor de um eixo. Utilizando o *software Winplot*, por meio da rotação do corte transversal longitudinal da Figura 4 em torno do eixo x, obteve-se o seguinte sólido, que será usado para confecção de uma joia.

Figura 4: Sólido de revolução



Fonte: Os autores (2014).

Encontradas as equações corretas e gerados os gráficos no R^2 e no R^3 , foi possível calcular todas as áreas e volumes do brinco.

4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Uma das aplicações do cálculo integral é calcular áreas e volumes. A integral de uma função permite a realização de diversos cálculos de área e volume, sendo de fundamental importância para o engenheiro na elaboração de projetos nos mais diversos níveis de complexidade.

A Tabela 2 mostra os resultados obtidos por meio do cálculo de integrais definidas, sendo que foi necessário fazer uso do método da substituição trigonométrica para resolução de algumas delas.

É importante ressaltar que, quando um mesmo segmento tem duas ou mais funções, é preciso fazer uma análise da situação para encontrar a melhor forma de uni-las para fazer os cálculos. É o que ocorre nos segmentos seis, sete e oito; e onze, doze e treze, em que há três funções no mesmo intervalo.

Tabela 2 – Função, áreas e volumes

Segmento	Função	Área (mm ²)	Volume (mm ³)
1. Circunferência	$y = \sqrt{196 - x^2}$	280,9	10.857,34
2. Parábola	$y = \frac{1}{-20,842}(x - 10)^2 + 9,798$	87,9867	2176
3. Hipérbole	$y = \frac{1}{5}\sqrt{25 + 6(x - 30)^2}$	27,339	228,743
4. Reta	$y = \frac{2x}{5} - 11$	10	68,068
5. Elipse	$y = \frac{1}{2}\sqrt{36 - (x - 35)^2} + 1$	13,907	112,553
6. Reta	$y = 1$	14,3432	45,0603
7. Parábola	$y = -\frac{4}{25}(x - 50)^2 + 5$	19,167 *	338,24
8. Reta	$y = x - 45$		
9. Parábola	$y = -(x - 55)^2 + 10$	21	529,67
10. Reta	$y = 3x - 173$	8	119,38
11. Parábola	$y = -\frac{2}{25}(x - 60)^2 + 7$	20,28	431,12
11. Parábola	$-\frac{2}{25}(x - 60)^2 + 7$	5,3867**	60,179
12. Reta	$2x - 125$		
13. Reta	$y = 1$	7	21,99
14. Reta	$y = -x + 71$	0,5	1,0472

Fonte: Os autores (2014).

* Área da subtração da reta pela parábola.

** Área da subtração da parábola pela reta.

A área total do corte transversal longitudinal, dada pelo somatório das áreas dos segmentos é de $515,8096 \text{ mm}^2$. O volume total do sólido de revolução, dado pelo somatório dos volumes dos segmentos é de $14.989,3905 \text{ mm}^3$.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os estudos realizados para conclusão deste projeto demonstram quão ampla é a área de atuação da engenharia como um todo, atribuindo ao engenheiro um papel indispensável em um processo de produção, seja ele qual for, desde o primeiro esboço até a entrega do projeto ao consumidor final.

Mesmo com o avanço constante da tecnologia, que permite a realização de cálculos, por mais complexos que sejam, é de suma importância entender todo processo necessário para obtenção de resultados. Reconhecer o gráfico, identificar a equação, saber qual o cálculo a ser utilizado, o meio mais adequado para execução do mesmo e entender o significado de tudo isso, tendo a capacidade de identificar e resolver possíveis erros. Fundamenta-se ainda essa ideia na importância da precisão dos cálculos. Há situações em que um aparentemente simples arredondamento de casas decimais pode causar um erro que comprometerá toda a estrutura em desenvolvimento.

Proposto o desafio de criar um brinco dentro de padrões que serão aceitos pelo mercado, mesmo tendo o desenho e as equações definidas, não há uma imagem clara do *design* que será criado a partir da rotação do mesmo em torno do eixo. Portanto, a utilização de outras ferramentas, como o *software Winplot*, também foram de suma importância na visualização do projeto no plano cartesiano em duas e três dimensões.

Enfim, é claro, o fator mais importante que é o trabalho em equipe. O compartilhamento de ideias e a divisão das tarefas, somados à união para revisão do processo, passo a passo, foram cruciais para o sucesso do mesmo e são fundamentais para a aprendizagem.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANTON, Howard; RORRES, Chris. Álgebra linear com aplicações. 8. ed. Porto Alegre: Bookman, 2002-2008.

BOULOS, Paulo. Cálculo diferencial e integral. 1. ed. São Paulo: Pearson Makron Books, 2010-2011.

CHARME e estilo. 2012. Disponível em:

<<http://www.charmeestilo.com/img/fotos/brinco%20comprido%20de%20perola%20feminino%20para%20festa%204.jpg>>. Acesso em: 18 set. 2014

GOLA, Eliana. **Histórias da joia**: A joia e seus papéis. 2009. Disponível em:

< http://www.infojoia.com.br/page/joalheria_historia_civilizacoes>. Acesso em: 15 dez. 2014.

HOLTZAPPLE, Mark Thomas; REECE. W. Dan. Introdução à engenharia. 1. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2011.

MOTTA, Biane. **História da joalheria**: A joia e sua história. 2014. Disponível em:

<http://www.portaldasjoias.com.br/index.php?option=com_content&task=view&id=179&Itemid=30>. Acesso em: 15 dez. 2014.

PETROSKI, Henry. Inovação: da ideia ao produto. São Paulo: Edgar Blücher, 2008.

PROJETIVO, desenho. 2008. Disponível em:
<<http://www.desenhoprojetivo.pro.br/htmlgd/solidos%20de%20revol.htm>> Acesso em: 02 nov. 2014

Sobre os autores:

Kleber Romanowski e **Michel Kugelmeier** são acadêmicos do Curso de Engenharia de Produção do Centro Universitário Católica de Santa Catarina em Jaraguá do Sul

Ana Paula Bertoldi Oberziner e **Mirian Bernadete Bertoldi Oberziner** são professoras de Cálculo, Geometria Analítica e Álgebra Linear dos cursos de Engenharia do Centro Universitário Católica de Santa Catarina em Jaraguá do Sul.